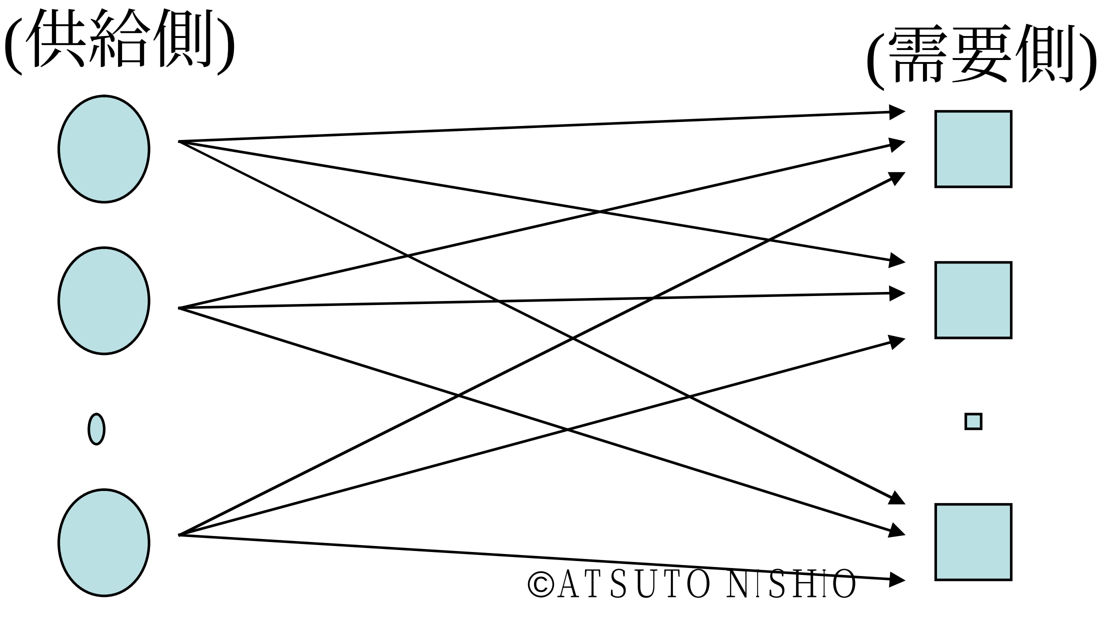
輸送(型)問題 (transportation problem)

複数の出発地(source)から複数の目的地(destination)へ最小の輸送コストで品物を輸送する問題。
他に、一定期間における毎月の生産能力を、
各月の需要量に割り当てる生産計画などにも適用される。



輸送(型)問題の解法手順

(1) 初期実行可能解を見つける ー 最適解ではない

①西北風ルール(北西隅ルール)

②最小費用法(ハウサッカー法)

③**Vogel**の近似法　など

(2) 最適解をみつける

特有定数法(**MODI**法)

条件

m：供給者の数（工場、倉庫など）
n　：需要者の数（倉庫、小売店など）
S：各供給者の供給量
D：各需要者の需要量
c：単位当たりの輸送コスト
x：各供給者から各需要者に輸送される量
このとき
総輸送コスト(ΣCX)が最小となるような各xを求める
（実行可能解は m＋n－1 個のセルに割り当てられる）

一般型　(2×3の場合)

需要 / 供給	I	II	III	合計
A	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}	X_{13} C_{13}	S_1
B	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}	X_{23} C_{23}	S_2
合計	D_1	D_2	D_3	T

c：単位あたりの輸送コスト
x：輸送数量
D：需要量　　　S：供給量

$$\sum D = \sum S = T$$

実行可能解（西北風ルールの場合）

左上のセルから右下方向に可能な限り品物(X)を割り当てる。

需要 供給	I	II	III	合計
A				
B				
合計				

実行可能解（最小費用法の場合）

Cの小さいセルから可能な限り品物(X)を割り当てる。

供給＼需要	I	II	III	合計
A	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}	X_{13} C_{13}	S_1
B	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}	X_{23} C_{23}	S_2
合計	D_1	D_2	D_3	T

実行可能解（Vogelの近似法の場合）

各列･各行のCの小さい方の2つのセルの差（Eij）が、大きなセルから可能な限り品物(X)を割り当てる。

需要 / 供給	I	II	III	合計	
A	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}	X_{13} C_{13}	S_1	$(E_{1\cdot})$
B	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}	X_{23} C_{23}	S_2	$(E_{2\cdot})$
合計	D_1	D_2	D_3	T	
	$(E_{\cdot 1})$	$(E_{\cdot 2})$	$(E_{\cdot 3})$		

最適解への手順

初期実行可能解において,

輸送割り当ての無かった1つのルート(セル)に割り当てを考える.

① 行合計および列合計のバランスを崩さないようにして,

1単位を割り当てたときの輸送コストの増減を調べる.

② 割り当ての無かったセル全てを調べる ⇒ 特有定数を利用

③ 改善可能(コスト削減)なセルがあれば,

そのセルに可能な限り多くの輸送を割り当てる.

④ 改善可能(コスト削減)なセルがなければ, それが最適解

⑤ ①〜③を繰り返す.

⑥ セルに0があるときは, 他の最適解が存在する.

最適解が複数あるとき

最適解において,
　(推定コストー単位コスト)が0となるセルがあるとき,
　複数の最適解が存在する.

このときは,
　再度, そのセルに輸送を割り当てる.

退化 (degeneracy)

*cf. pp.*45

輸送問題において,

発送地数 (m)＋到着地数 (n)－1 のバランスが崩れることがある.

⇒ 退化

この場合,

ダミー (*dummy*) を加え, m＋n－1 の関係を維持する.