

新經濟数学入門
—基礎演習と不完全競争—

丹野 忠晋

はじめに

この本の原稿は、拙著『経済数学入門—初歩から一歩ずつ—』で書き足りなかった基礎演習問題と応用として有益な経済学的なトピックスを取り上げています。紙幅の都合上省略した説明も含めて分かりやすい補助教材になるよう工夫を凝らしてあります。

おかげさまで拙著『一歩ずつ』は好評を持って迎えられました。しかし、自分が教科書として使っていたり他の方の声からいくつかの改善点が出てきました。

第1に講義を受ける学生の基礎数学や経済数学の演習のための時間や演習問題が不足していることです。そのため、難しい経済数学に入ると少くない学生が基礎的な計算でつまづく学生がいることです。ある程度の高みに登ってから自分の弱点を補強したり、基礎事項を確認する必要性が第2点です。できれば経済学の概念や高度な数学の理解に集中して勉強できる態勢にするにはどうすべきかという問いにこの本の原稿は応えます。

まずは基礎的な練習の部分です。学生は実際に問題を解くことによって理解が深まると感じています。そのため問いや例のただ数値を変えた問題を数多く含めました。独学で知識を確認することができます。また、教師にとって確認テストの教材として使うことができます。

次に経済学のパートでは微分を中心に拙著で取り上げた例題や問いを詳しく解説しています。さらに経済厚生や不完全競争について触れています。「ミクロ経済学」の不完全競争パートや「産業組織論」や「公共経済学」の理論の基礎として利用できる資料を目指しました。

読者が直ぐに解答を見られないように問題は右ページに収めています。解答後にページをめくると解答と解説があります。解答は正答だけでなく、問題に出てくる定義やヒントや躓きの石についてのコメントを付けてあります。それによって自分の勘違いが分かるように配慮しています。

教員は右ページをコピーして学生に演習として解かせることができます。さらに、解答後にその解答のコピーを配付することによって、基礎的な知識を確認するための時間を節約したり、学生に基礎概念を効率的に確認することができます。

平成31年2月14日

丹野忠晋

第1章 数と計算

1.1 数と数式

問い1 割り算を整数の範囲で考えて、123 を 5 で割った商と余りを求めてください。また、商と余りの等式で表現してみてください。

問い2 12 の因数を述べてください。

問い3 次の数は素数でしょうか？(1) 31 (2) 91

問い4 素因数分解してください。(1) 60 (2) 312

1.2 有理数と計算

問い5 次の計算を行ってください。(1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

問い6 次の計算を行ってください。(1) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

問い7 次の計算をしてください。(1) $0.3/6$ (2) $2/0.2$ (3) $0.39 \div 0.03$

1.3 実数と指数法則

問い8 2 の平方根を求めてください。

問い9 「 $\sqrt{(-3)^2} = -3$ 」は正しくないことを示してください。

問い10 次の計算をしてください。(1) $\sqrt{9}$ (2) $\sqrt{36}$

問い11 次を計算して下さい。 $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

問い12 次の分母を有理化して下さい。 $\frac{2}{\sqrt{2}}$

問い13 次の数の絶対値を求めてください。(3) $|-3|$ (4) $|0|$
(5) $|3|$

問い14 次の計算をしてください。(6) 3^3 (7) $3^3 \cdot 3^2$ (8) $(3^3)^2$
(9) $(3 \cdot 5)^2$

割り算は基本的な演算です

解答 1 割り算は**被除数** \div **除数**という演算であり、被除数 = **商** \times 除数 + **余り**の関係があります。ただし、余りは除数よりも小さい数0以上の数です。問題の答えは、商は24、余りは3です。そして、 $123 = 5 \times 24 + 3$ となります。

因数は因数分解でも使われる言葉です

解答 2 ある数の**因数**とはその数をちょうど割り切る数です。つまり、その数を因数で割ると余りは0となります。問題の答えは、1, 2, 3, 4, 6, 12となります。

言い換えると素数はその因数が1と自分自身のみである数です

解答 3 **素数**とは2以上の自然数で1と自分自身以外では割り切ることのできない数です。(1) 31は素数です。(2) 91は 7×13 と表わされるので素数ではありません。

解答 4 (1) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ (2) $312 = 2^3 \cdot 3 \cdot 13$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

解答 5 分数の足し算や引き算は、分数の分母を等しくさせる**通分**を行ってから、その分子の計算をします。

$$(1) \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3}{15} + \frac{5}{15} = \frac{7}{15} \quad (2) \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

解答 6 **分数の掛け算**は、分子同士と分母同士を掛けて計算して新たな分数とします。**分数の割り算**は、除数(割る方の分数)の分子と分母をひっくり返して、被除数(割られる方の分数)との積を求めます。また、分数の答えは**既約分数**にすると良いでしょう。既約分数とはもうこれ以上約分できない分数を意味します。

$$(1) \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{4 \times 5} = \frac{1 \times 1}{2 \times 5} = \frac{1}{10} \quad (2) \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{1 \times 3}{2 \times 1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{d} = \frac{a}{d} \quad (b \text{ に斜線し } 1)$$

解答 7 小数が入った分数は、小数を分数に直してから計算すると上手くいきます。

$$(1) 0.3/6 = \frac{0.3}{6} = \frac{\frac{3}{10}}{6} = \frac{3}{10 \times 6} = \frac{1}{20} \quad (2) 2/0.2 = \frac{2}{\frac{2}{10}} = \frac{2 \times 10}{2} = 10$$

$$(3) 0.39 \div 0.03 = \frac{0.39}{0.03} = \frac{\frac{39}{100}}{\frac{3}{100}} = \frac{39}{3} = 13$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$$

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{c}}{b} = \frac{a}{bc}$$

解答 8 ある数の**平方根**は、2乗するとその数に等しくなる数です。2乗することを平方するといいます。ある正の数には平方根は2つあります。符号が正の方を**正の平方根**といい、また符号が負の方を**負の平方根**といいます。**根号** $\sqrt{\quad}$ を用いて、正数 a の正の平方根を \sqrt{a} と表わします。答えは $\sqrt{2}$ と $-\sqrt{2}$ です。

$a > 0$ の平方根は \sqrt{a} と $-\sqrt{a}$

解答 9 正しい答えは $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ です。

0 の平方根は $\sqrt{0} = 0$ のみ

解答 10 (1) $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

$$(2) \sqrt{36} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} = 2 \times 3 = 6$$

$$\sqrt{a} = |a|$$

$$\sqrt{a^2} = a \quad (a > 0)$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad (a, b > 0)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a, b > 0)$$

解答 11 $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$